



محمد تقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

استدلال استنتاجی

	۱	۲	۳	۴	۵
علی	x	x	✓		
احمد	x	✓			
کامران					✓
داوود	x	x	x	✓	
ابراهیم	✓				

آقای رهنما: تا اینجا تکلیف سه نفر مشخص

شد. حالا احمد و ابراهیم می‌مانند.

احمدی: آقا گزاره ۳ می‌گوید احمد

کوتاه‌ترین نیست، پس در ستون ۱ برای

ابراهیم علامت ✓ و در ستون ۲ برای احمد

علامت ✓ می‌زنیم. مسئله حل شد. به

ترتیب از کوتاه‌ترین تا بلندترین قد عبارت‌اند

از ابراهیم، احمد، علی، داوود و کامران. چه

جالب روش خوبی بود! این‌طور نیست؟

آقای رهنما: آفرین بر شما. کاملاً درست

است. ما اطلاعات را تجزیه و تحلیل کردیم،

با هم سنجیدیم و نتیجه گرفتیم. به این

روش استدلال کردن «استدلال استنتاجی»

می‌گویند. در حقیقت: «استدلال استنتاجی

روش نتیجه‌گیری با استفاده از حقایق

است که درستی آن‌ها را از قبل پذیرفته‌ایم.»

ما هر روز از این روش در زندگی روزمره‌مان

استفاده می‌کنیم. آیا شما هم می‌توانید

نمونه‌هایی را مثال بزنید؟!

ایمانی: آقا وقتی برای خرید کردن می‌رویم،

قیمت یک محصول را از چند مغازه

می‌پرسیم و با بررسی و مقایسه قیمت‌ها،

مناسب‌ترین کالا را انتخاب می‌کنیم.

بلندترین قد نوشت (عدد ۵ بلندترین و

عدد ۱ کوتاه‌ترین قد است). با توجه به

اطلاعات مسئله هر جا که امکان ندارد

را با علامت ضربدر * نشان می‌دهیم.

حالا کمک کنید جدول را پر کنیم.

ایمانی: گزاره ۱ می‌گوید حداقل دو نفر

از علی کوتاه‌ترند. پس زیر ستون‌های ۱

و ۲ در ردیف علی * می‌زنیم.

احمدی: در گزاره ۴ داوود از علی بلندتر

است. پس زیر ستون‌های ۱، ۲ و ۳ در

ردیف داوود علامت * می‌زنیم.

	۱	۲	۳	۴	۵
علی	x	x			
احمد					
کامران					
داوود	x	x	x		
ابراهیم					

مصطفوی: گزاره ۲ می‌گوید داوود از

کامران کوتاه‌تر است. با توجه به اینکه

برای داوود ستون‌های ۴ و ۵ مانده

است، پس فقط حالتی می‌ماند که

کامران در ردیف ۵ و داوود در ردیف

۴ باشد که این را هم با علامت ✓

مشخص می‌کنیم.

آقای رهنما: آفرین، حالا برای علی چه

حالتی می‌ماند؟

حسینی: ستون‌های ۱، ۲، ۴ و ۵

پُر شده‌اند. فقط می‌ماند ستون ۳ برای

علی که علامت ✓ می‌زنیم.

آقای رهنما (دبیر ریاضی): مسئله‌ای

طرح کرده‌ام که بی‌ارتباط با درس

امروزمان نیست؛ توجه کنید. **علی،**

احمد، کامران، داوود و ابراهیم عضو

تیم بسکتبال مدرسه هستند. اطلاعاتی

در مورد این افراد در دسترس است که

روی تخته نوشته‌ام.

۱. حداقل دو نفر آن‌ها از علی کوتاه‌ترند.

۲. داوود از کامران کوتاه‌تر است.

۳. احمد کوتاه‌ترین فرد نیست.

۴. داوود از علی بلندتر است.

با این اطلاعات افراد را از کوتاه‌ترین تا

بلندترین قد مشخص کنید.

کلاس در سکوت فرو رفت. برخی از

دانش‌آموزان اظهارنظرهای نادرستی

کردند. آقای رهنما رو به دانش‌آموزان

کرد و گفت: «اجازه بدهید کمکتان

کنم.»

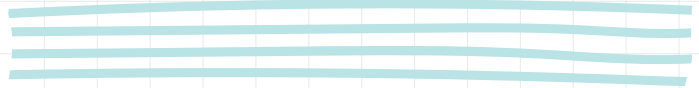
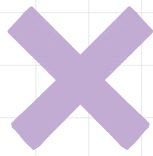
سپس جدولی به صورت زیر روی تخته

کشید:

	۱	۲	۳	۴	۵
علی					
احمد					
کامران					
داوود					
ابراهیم					

نام‌های پنج نفر را در ردیف‌های افقی

و عددی ستون‌ها را از کوتاه‌ترین تا



ریاضی، به خصوص مسئله‌های هندسه را غالباً می‌توان به روش استدلال استنتاجی ثابت کرد. کافی است بتوانید بین فرض‌های مسئله و قضیه‌ها و قانون‌هایی که قبلاً ثابت شده‌اند، ارتباطی برقرار کنید. فرصت امروزمان به اتمام رسید، اما لازم است برای آموختن این روش و مهارت لازم، مسئله‌هایی را ثابت کنید. تعدادی تمرین برای منزلتان در نظر گرفته‌ام. مبصر کلاس، برگه‌های تمرین را توزیع کنید.

تمرین

۱. **علی** می‌گوید: «اکبر دست‌کم ۱۰۰ جلد کتاب دارد.»
- محمد** می‌گوید: «اکبر کمتر از ۱۰۰ جلد کتاب دارد.»
- مجید** می‌گوید: «هر چه باشد اکبر دست‌کم یک جلد کتاب دارد.»
- در صورتی که فقط یک نفر از این سه نفر راست‌گو باشد، اکبر چند جلد کتاب دارد؟
۲. یک قطعه جواهر دزدیده می‌شود. پلیس سه مظنون به نام‌های بهرام، فرید و رامین را دستگیر و مورد بازرسی قرار می‌دهد.
- بهرام** می‌گوید: «من دزد نیستم.»
- فرید** می‌گوید: «رامین دزدی نکرده است.»
- رامین** می‌گوید: «من دزدم.»
- بعداً مشخص می‌شود که دو نفر از آن‌ها دروغ گفته‌اند. چه کسی جواهر را دزدیده است؟
۳. تعداد ۹ سکه را که ظاهر یکسانی دارند، در نظر بگیرید. اگر بدانیم ۸ تای آن‌ها حقیقی هستند و نهمی تقلبی و از بقیه سبک‌تر است، چگونه می‌توان تنها با دو بار وزن کردن توسط یک ترازوی دو کفه‌ای و بدون در دست داشتن پارسنگ سکه تقلبی را پیدا کرد؟
۴. اگر a عددی صحیح باشد، ثابت کنید $a^2 + a$ عددی زوج است.
۵. الف) ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی زوج است.
- ب) ثابت کنید مربع هر عدد صحیح فرد به صورت $8k+1$ نوشته می‌شود.

آقای رهنما: چون عدد‌های a و b لزوماً با هم مساوی نیستند. پس یکی به صورت $2k$ و دیگری $2k'$ نوشته شدند. خوب حالا شما ثابت کنید حاصل جمع هر عدد زوج و هر عدد فرد عددی فرد است.

احمدی: آقا اجازه! عدد زوج را به صورت $2k$ می‌نویسم، ولی عدد فرد را نمی‌دانم چطور باید نشان داد.

آقای رهنما: عدد فرد یکی بیشتر از عدد زوج است و آن را به صورت $2k+1$ نشان می‌دهیم.

مصطفوی: آقا اجازه می‌دهید پای تخته بایام و اثبات مسئله را بنویسم.

آقای رهنما: بفرمایید.

مصطفوی (پای تخته می‌آید، آن را کاملاً پاک می‌کند و می‌نویسد): اگر a عدد زوج دلخواه و b عدد فرد دلخواه باشد داریم:

$$\begin{aligned} a &= 2k \\ b &= 2k' + 1 \\ a + b &= 2k + (2k' + 1) = 2(k + k') + 1 = 2k'' + 1 \end{aligned}$$

آقای رهنما: آفرین! در حقیقت چون k و k' دو عدد صحیح هستند، پس $k + k'$ نیز یک عدد صحیح است که آن را با k'' نشان می‌دهیم. حالا یک مسئله دیگر را مطرح می‌کنم.

• **اگر a و b دو عدد طبیعی متوالی باشند، ثابت کنید $ab + a + b$ عددی فرد است.**

یک نفر پای تخته بیايد و مسئله را ثابت کند.

حسینی: آقا چون a و b دو عدد طبیعی متوالی‌اند، پس یکی از دیگری یک واحد بیشتر دارد؛ یعنی یکی زوج است و دیگری فرد. فرض کنیم: $a = 2k$ باشد، پس: $b = 2k + 1$ (یک واحد بیشتر از a است).

$$\begin{aligned} ab + a + b &= 2k \times (2k + 1) = 4k^2 + 2k \\ a + b &= 2k + 2k + 1 = 4k + 1 \\ ab + a + b &= 4k^2 + 2k + 4k + 1 \\ &= 4(k^2 + k) + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1 \end{aligned}$$

یعنی حاصل عددی فرد است.

آقای رهنما: آفرین! بچه‌ها مسئله‌های

مصطفوی: آقا اجازه! فکر کنم قاضی‌های دادگستری هم از این روش استفاده می‌کنند.

آقای رهنما: بله همین‌طور است. قاضی هم بر اساس اطلاعاتی که از جاهای متفاوت می‌گیرد و یا از سخنان متهم می‌شنود و با کنار هم قراردادن آن‌ها، به نتیجه مورد نظرش می‌رسد.

موسوی: آقا اجازه! در ریاضی چطور از این روش استفاده می‌کنیم؟

آقای رهنما: سؤال خوبی پرسیدی. در بخش‌های متفاوت ریاضی از استدلال استنتاجی استفاده می‌شود. کافی است فرض‌های مسئله را در کنار هم قرار دهیم و با استفاده از این اطلاعات، و قضیه‌ها و قانون‌های پذیرفته‌شده، به حکم مورد نظر برسیم. البته همه گزاره‌ها و قوانینی که از آن‌ها استفاده می‌کنیم باید کاملاً درست باشند، وگرنه استدلالمان معتبر نیست. حالا بیايد یک سؤال ریاضی را بررسی کنیم.

• **دو عدد زوج دلخواه در نظر بگیرید و آن دو را با هم جمع کنید. عدد حاصل زوج است یا فرد؟**

بچه‌ها (یک صدا): زوج!

آقای رهنما: درست حدس زدید. جمع هر دو عدد زوج یک عدد زوج است. حالا این حدس را چگونه ثابت کنیم؟ آیا با ذکر چند مثال عددی می‌شود حکم کلی را نتیجه گرفت؟ قطعاً این‌طور نیست و باید به صورت کلی آن را ثابت کنیم. برای این کار دو عدد دلخواه a و b را که زوج هستند، در نظر می‌گیریم و نشان می‌دهیم حاصل جمعشان زوج است. حتماً به یاد دارید که هر عدد زوج را به صورت $2k$ می‌نوشتیم که k عددی صحیح است. یعنی عدد زوج مضرب ۲ است. حالا اگر $a = 2k$ و $b = 2k'$ دو عدد زوج دلخواه باشند، داریم:

$$\begin{aligned} a + b &= 2k + 2k' = 2(k + k') \end{aligned}$$

چون k و k' عدد صحیح هستند، پس مجموعشان هم عدد صحیح است که آن را با k'' نشان می‌دهیم؛ یعنی $a + b = 2k''$. این یعنی جمع دو عدد زوج دلخواه a و b عددی زوج است.

احمدی: آقا اجازه! چرا عدد b را به صورت $2k$ ننوشتید؟